

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

L'association *Kangourou Sans Frontières* organise le jeu-concours *Kangourou* pour plus de trois millions de participants dans le monde.

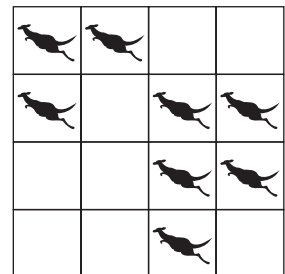
Jeudi 17 mars 2005 – Durée : 50 minutes

Épreuve Juniors

- L'épreuve est individuelle. **Les calculatrices sont interdites.**
- **Il y a une seule bonne réponse par question.** Les bonnes réponses rapportent 3, 4 ou 5 points selon leur difficulté (premier, deuxième et troisième tiers de ce questionnaire), mais une réponse erronée coûte un quart de sa valeur en points. Si aucune réponse n'est donnée, la question rapporte 0 point.
- Il y a deux manières de gagner des prix : « crack » (au total des points) et « prudent » (un maximum de réponses consécutives sans erreur depuis la première question). Environ 1 participant sur 6 reçoit un prix. **Les classements sont séparés** pour les [2^{de}], les [1^{re}S], les [1^{re}non S] et les [T^{ale}non S] des lycées d'enseignement général et technologique et les [1^{re} Bac pro] et [T^{ale} Bac pro].
- *Les Malices du Kangourou destinées à tous (32 pages mathématiques en couleurs), ainsi que les résultats du concours et les cadeaux, sont envoyés par courrier dans les établissements scolaires pour permettre une remise des prix le vendredi 27 mai.*

J

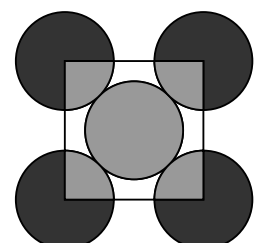
- 1** 8 cases de la grille ci-contre sont occupées par des kangourous. On voudrait qu'il y ait exactement deux kangourous par ligne et par colonne.



Quel est le plus petit nombre de kangourous devant sauter d'une case à une autre case (pas forcément voisine) ?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4
- 2** Dans une épreuve de natation (sans ex æquo), Sophie a obtenu le 5^e meilleur résultat, qui est aussi le 5^e plus mauvais. Combien de concurrents ont participé à la compétition ?
- A) on ne peut pas le dire B) 5 C) 9 D) 10 E) 11
- 3** La moyenne de deux nombres est 2005. Si l'un de ces nombres est 5, quel est l'autre ?
- A) 2010 B) 4010 C) 2005 D) 4005 E) 1005
- 4** 18 élèves traversent la route deux par deux. Ces groupes de deux sont numérotés de 1 à 9. Un groupe portant un numéro pair est un groupe « fille-garçon », un groupe portant un numéro impair est un groupe « garçon-garçon ». Combien de garçons effectuent la traversée ?
- A) 10 B) 12 C) 14 D) 11 E) 18

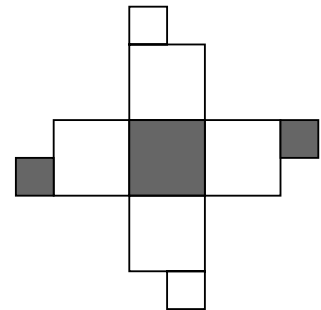
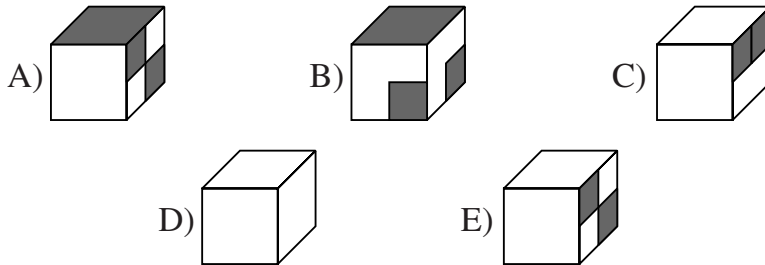
- 5** Sur la figure, cinq cercles de même rayon se touchent. On a tracé le carré dont les sommets sont les centres des quatre cercles extérieurs. Quel est alors le quotient $\frac{\text{aire grisée}}{\text{aire noire}}$?



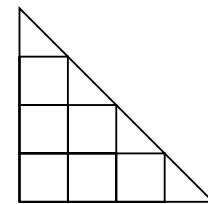
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{5}{4}$

- 6** Thomas gonfle 8 ballons toutes les trois minutes. Si un ballon sur dix éclate, combien de ballons seront gonflés après une demi-heure ?
 A) 40 B) 54 C) 60 D) 72 E) 80

- 7** Un de ces cubes correspond à celui qui est représenté déplié. Lequel ?



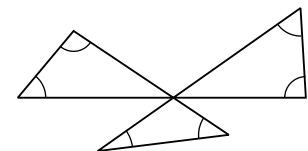
- 8** Sur la figure ci-contre, on peut voir 7 carrés dessinés. De combien le nombre des triangles dessinés dépasse-t-il celui des carrés ?
 A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) la même quantité



- 9** On complète les cases vides de la grille dessinée. Les nombres de chaque ligne forment une progression arithmétique (l'augmentation d'une case à la suivante est toujours la même). Il en est de même pour les colonnes et aussi pour les diagonales. Combien vaut x ?
 A) 49 B) 42 C) 33 D) 28 E) 4

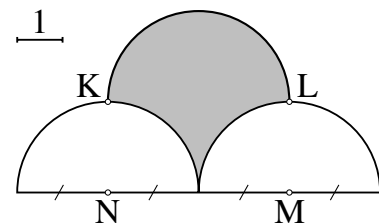
				21
	16			
		27		
				x

- 10** Quelle est la somme des six angles marqués sur la figure ?
 A) 300° B) 450°
 C) 360° D) 600°
 E) 380°



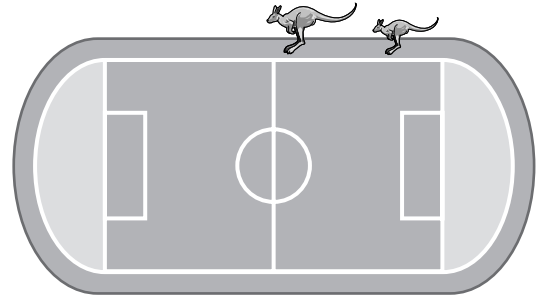
- 11** La moyenne de dix nombres entiers, différents et strictement positifs, est 10. Le plus grand de ces 10 nombres vaut au maximum :
 A) 10 B) 45 C) 50 D) 55 E) 91

- 12** La figure montre trois demi-cercles de rayon 2. KLMN est un rectangle. Quelle est l'aire de la partie grisée ?
 A) 2π B) 7 C) $2\pi + 1$
 D) 8 E) $2\pi + 2$



- 13** Parmi les couples de nombres réels tels que $x^2 + y^2 = 4$, ...
 A) il existe exactement un couple de nombres (x, y) tel que $x + y = 2$
 B) il existe exactement un couple de nombres (x, y) tel que $x + y \neq 2$
 C) il n'existe aucun couple de nombres (x, y) tel que $x + y = 2$
 D) il n'existe aucun couple de nombres (x, y) tel que $x + y \neq 2$
 E) il existe deux couples de nombres (x, y) tels que $x + y = 2$

- 14** Une mère kangourou et son bébé Jumpy sautent autour d'un stade de périmètre 330 m. Chaque seconde, Jumpy fait un bond de 2 m, sa mère fait un bond de 5 m. Ils partent du même point et dans la même direction. Après 25 secondes, Jumpy se fatigue et s'arrête alors que sa mère continue de sauter. Dans combien de temps repassera-t-elle à la hauteur de Jumpy ?



- A) 15 s B) 24 s C) 51 s D) 66 s E) 76 s

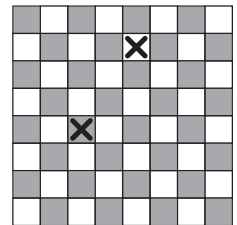
- 15** Un rectangle de 24 cm de longueur et 1 cm de large est divisé en petits rectangles de 1 cm de large : quatre rectangles d'une longueur de 4 cm, deux rectangles d'une longueur de 3 cm et un rectangle d'une longueur de 2 cm.



Ces petits rectangles sont ré-assemblés pour former un autre rectangle. Quel est le plus petit périmètre possible pour ce rectangle ?

- A) 14 cm B) 20 cm C) 22 cm D) 25 cm E) 28 cm

- 16** De combien de façons peut-on choisir une case blanche et une case noire sur un échiquier de 8 sur 8, sans qu'elles ne soient ni sur la même colonne, ni sur la même ligne ?
(Un exemple est donné par la figure ci-contre.)

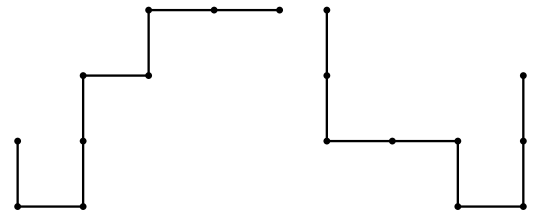


- A) 56 B) 5040 C) 720 D) 672 E) 768

- 17** Deux bouteilles de même volume contiennent chacune un mélange d'eau et de sirop. Les rapports du volume d'eau au volume de sirop sont respectivement 2 pour 1 dans une bouteille et 4 pour 1 dans l'autre. On met le contenu des deux bouteilles dans une seule bouteille plus grande. Quel est le rapport du volume d'eau au volume de sirop dans cette bouteille ?

- A) 3 pour 1 B) 6 pour 2 C) 11 pour 4 D) 5 pour 1 E) 8 pour 1

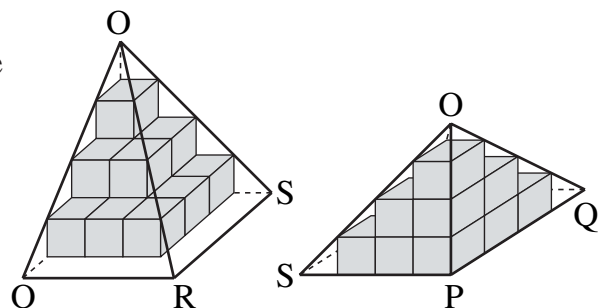
- 18** Chacun de ces deux morceaux de fil de fer est constitué de huit segments de longueur 1. On les place l'un sur l'autre de façon qu'ils coïncident partiellement. Quelle plus grande longueur peuvent-ils avoir en commun ?



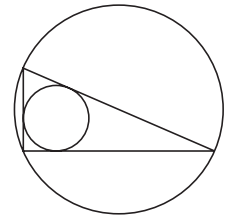
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 19** 14 cubes de volume 1 sont empilés comme le montrent les deux vues ci-contre. L'assemblage est entouré par une pyramide. Quel est le volume de cette pyramide (OPQRS) ?

- A) $\frac{64}{3}$ B) 64 C) $\frac{64\sqrt{2}}{3}$
D) $\frac{64\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{32}{3}$

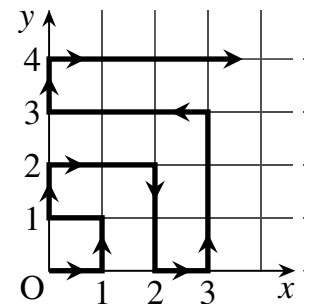


- 20** Soient v et w les longueurs des deux côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle. Si y désigne le diamètre du cercle inscrit et Y celui du cercle circonscrit au triangle, alors combien vaut $y + Y$?
- A) $v + w$ B) $2(v + w)$ C) $0,5(v + w)$
 D) \sqrt{vw} E) $\sqrt{v^2 + w^2}$



- 21** Combien la double inéquation $2000 < \sqrt{n(n+1)} < 2005$ a-t-elle de solutions entières positives ?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- 22** Un sac contient 17 boules numérotées de 1 à 17. Quel est le plus petit nombre de boules à prendre au hasard pour être sûr d'obtenir au moins une paire de boules dont la somme des numéros soit 18 ?
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 17

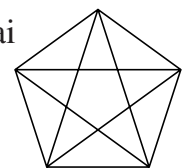
- 23** Un escargot dressé se déplace dans le premier quadrant. Partant de $(0; 0)$, il va d'un point de coordonnées entières à un autre, comme montré sur la figure ci-contre, en se déplaçant d'une unité parallèle à un des deux axes chaque minute. Quelles sont les coordonnées du point atteint après 2 heures de déplacement ?
 A) $(10 ; 0)$ B) $(1 ; 11)$ C) $(10 ; 11)$
 D) $(2 ; 10)$ E) $(11 ; 11)$



- 24** 100 droites $L_1, L_2, L_3, \dots, L_{100}$ sont tracées dans le plan. Les 25 droites $L_4, L_8, L_{12}, \dots, L_{100}$ sont parallèles. Les 25 droites $L_3, L_7, L_{11}, \dots, L_{99}$ sont concourantes. Quel est le nombre maximum de points d'intersection de ces 100 droites ?
 A) 2475 B) 4351 C) 4950 D) 4951 E) 5576

Pour départager d'éventuels premiers nationaux ex-æquo, le Kangourou pose deux questions subsidiaires.

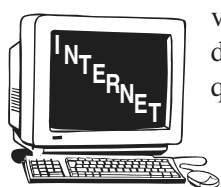
- 25** Luc a compté 17 vrais quadrilatères non croisés dans la figure ci-contre (un vrai quadrilatère n'a pas trois sommets alignés). Combien en a-t-il oubliés ?
- 26** Mathieu a choisi, pour les multiplier, 101 nombres entiers entre 0 et 99. Le résultat est 100. Combien de choix différents des 101 nombres pouvait-il faire ?



© Art Culture Lecture - les Éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 Paris

www.mathkang.org → le site du Kangourou

Venez jouer sur Internet avec le Kangourou, venez voir et écouter Thalès, Pythagore et Archimède,



venez vous entraîner et relever les défis du Kangourou (questions quotidiennes, problèmes, curiosités...).

L'internationalisation du jeu-concours à des dates différées ne nous permet d'afficher les solutions sur Internet qu'après le 20 avril.



Sur minitel :

• **Solutions** à partir du vendredi 18 mars.

• **Résultats**

et classements : à partir du mercredi 6 avril pour les T^{ale} (sauf T^{ale} S), du jeudi 7 avril pour les 1^{ère} S, du vendredi 8 avril pour les 2^{nde}, 1^{ère} (sauf S) et les lycées professionnels.

